УДК 336+519.8

Задача Марковица: обновленная постановка, аналитическое решение, границы и возможные сферы применения аналитического метода

В. Р. Кигель, кандидат экономических наук, доцент, профессор кафедры математических методов и статистики
Университет экономики и права «КРОК»
(Kigel@ukr.net)

Методология исследования. Методами экономико-математического моделирования и исследования операций сформулирована задача Марковица в обновленной постановке, обоснован метод ее аналитического решения, очерчены пределы и указаны возможные сферы – рынок ценных бумаг и валютный рынок – его использования.

Результаты. Задача Марковица в обновленной постановке имеет вид:

$$\hat{z} = \sum_{j=1}^{n} \bar{d}_j x_j + k\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_j \sigma_i \sigma_j x_i x_j} \to \max, \quad \sum_{j=1}^{n} x_j = I, \quad x_j \geq 0,\ j = \overline{1, n}$$

где $x_1, \ldots, x_n$ – объемы вложений по каждому из направлений инвестирования, $\hat{z}$ – детерминированный эквивалент случайного общего дохода финансового портфеля, исчисленный согласно индивидуальных предпочтений инвестора. Найдено решение этой задачи для каждого из основных типов отношений инвестора к риску: нейтральность ($k = 0$), склонность ($k > 0$) или несклонность ($k < 0$). В частности, для случая несклонности к риску получены такие результаты:

$$\sigma_z = \frac{-kI}{\sqrt{\gamma^2 - \beta(\alpha - k^2)}},$$

$$t = \frac{I}{\sqrt{\gamma^2 - \beta(\alpha - k^2)}} R^{-1}\left(a^T + \frac{-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \beta(\alpha - k^2)}}{\beta} b^T\right),$$

$x_j = \dfrac{t_j}{\sigma_j}$, $j = \overline{1, n}$, где $\alpha = aR^{-1}a^T$, $\beta = bR^{-1}b^T$, $\gamma = aR^{-1}b^T$,

$a_j = \dfrac{\bar{d}_j}{\sigma_j}$, $b_j = \dfrac{1}{\sigma_j}$, $j = \overline{1, n}$.

Новизна. Изложенные в статье результаты, по мнению автора, являются новыми.

Практическая значимость. На конкретных примерах показана возможность использования инструментария при управлении портфелем финансовых активов и валютным резервом.